

PHẦN A. LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa

Cho tập hợp A gồm n phần tử và một số nguyên k với $1 \leq k \leq n$.

Mỗi tập con gồm k phần tử được lấy ra từ n phần tử của A được gọi là một tổ hợp chập k của n phần tử đó.

Ví dụ 1. Bạn Quân có 4 chiếc áo sơ mi khác màu là áo vàng, áo xanh, áo trắng và áo nâu. Bạn muốn chọn 2 chiếc áo để mặc khi đi du lịch. Viết các tổ hợp chập 2 của 4 chiếc áo.

Giải

Các tổ hợp chập 2 của 4 chiếc áo là:

{áo vàng; áo xanh}, {áo vàng; áo trắng}, {áo vàng; áo nâu},
{áo xanh; áo trắng}, {áo xanh; áo nâu}, {áo trắng; áo nâu}.

2. Số các tổ hợp

Nhận xét: Số chỉnh hợp chập k của n phần tử nhiều gấp $k!$ lần số tổ hợp chập k của n phần tử đó.

Kí hiệu C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử với $1 \leq k \leq n$. Ta có: $C_n^k = \frac{A_n^k}{k!}$.

Ví dụ 2. Chứng minh $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ với $1 \leq k \leq n$.

Giải

Ta có: $A_n^k = n(n-1)\dots(n-k+1) = \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)(n-k)\dots 2.1}{(n-k)\dots 2.1} = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Do đó $C_n^k = \frac{A_n^k}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Quy ước: $0! = 1; C_n^0 = 1$.

Với những quy ước trên, ta có công thức sau:

$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ với $0 \leq k \leq n$.

Ví dụ 3. Lớp 10A có 18 bạn nữ và 20 bạn nam.

- Có bao nhiêu cách chọn 3 bạn nữ trong 18 bạn nữ?
- Có bao nhiêu cách chọn 5 bạn nam trong 20 bạn nam?
- Có bao nhiêu cách chọn một tổ xung kích gồm 3 bạn nữ và 5 bạn nam?

Giải

a) Mỗi cách chọn 3 bạn nữ trong 18 bạn nữ là một tổ hợp chập 3 của 18 phần tử, do đó có C_{18}^3 cách chọn.

b) Mỗi cách chọn 5 bạn nam trong 20 bạn nam là một tổ hợp chập 5 của 20 phần tử, do đó có C_{20}^5 cách chọn.

c) Số cách chọn một tổ xung kích gồm 3 bạn nữ và 5 bạn nam là:

$$C_{18}^3 \cdot C_{20}^5 = 816 \cdot 15504 = 12651264$$

3. Tính chất của các số C_n^k

Ta có hai đẳng thức sau: $C_n^k = C_n^{n-k}$ ($0 \leq k \leq n$) và $C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k = C_n^k$ ($1 \leq k < n$).

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

DẠNG 1. TỔ HỢP

Câu 1. Chứng minh rằng: $A = C_n^{k+1} + 2C_n^k + C_n^{k-1} = C_{n+2}^{k+1}$

Lời giải

$$A = C_n^{k+1} + 2C_n^k + C_n^{k-1} = (C_n^{k+1} + C_n^k) + (C_n^k + C_n^{k-1}) = C_{n+1}^{k+1} + C_{n+1}^k = C_{n+2}^{k+1}$$

Câu 2. Rút gọn:

$$A = \frac{C_{15}^8 + 2C_{15}^9 + C_{15}^{10}}{C_{17}^{10}}$$

Lời giải

$$A = \frac{C_{15}^8 + 2C_{15}^9 + C_{15}^{10}}{C_{17}^{10}} = \frac{C_{15}^8 + C_{15}^9 + C_{15}^9 + C_{15}^{10}}{C_{17}^{10}} = \frac{C_{16}^9 + C_{16}^{10}}{C_{17}^{10}} = \frac{C_{17}^{10}}{C_{17}^{10}} = 1$$

Câu 3. Một bó hoa có 9 bông hoa màu hồng và 5 bông hoa màu đỏ. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra 3 bông hoa thỏa mãn:

- Có 2 bông màu hồng?
- Có ít nhất 1 bông màu hồng?
- Có đủ cả 2 màu?

Lời giải

a. Số cách chọn 2 bông hoa màu hồng trong 9 bông hồng: C_9^2

Số cách chọn 1 bông hoa màu đỏ trong 5 bông màu đỏ: 5

Cách lấy ra 3 bông hoa thỏa mãn có 2 bông màu hồng là: $5 \cdot C_9^2 = 180$.

b. Số cách chọn không có bông màu hồng là: C_5^3

Số cách chọn có ít nhất 1 bông màu hồng là: $C_{14}^3 - C_5^3 = 354$.

c. Có hai trường hợp: 2 hồng 1 đỏ hoặc 2 đỏ 1 hồng

Như câu a ta có số cách chọn 2 đỏ 1 hồng là: $9C_5^2$

Số cách chọn đủ cả hai màu là: $5C_9^2 + 9C_5^2 = 270$.

Câu 4. Một lớp 50 học sinh, có 30 nữ. Cô giáo muốn lấy ra 5 học sinh để lập thành một đội văn nghệ. Hỏi cô có bao nhiêu cách chọn nếu:

- Chọn bất kỳ?
- Có hai học sinh nam?
- Có ít nhất 1 bạn nam?

Lời giải

a. Có $C_{50}^5 = 2118760$ cách chọn.

b. Số cách chọn 2 học sinh nam: C_{20}^2

Số cách chọn 3 hs nữ còn lại: C_{30}^3

Số cách chọn 5hs trong đó có 2 hs nam là: $C_{20}^2 \cdot C_{30}^3 = 771400$

c. Số cách chọn không có bạn nam nào (tất cả 5 hs đều là nữ): C_{30}^5

Số cách chọn 5hs trong đó có ít nhất 1 hs nam là: $C_{50}^5 - C_{30}^5 = 1976254$

Câu 5. Một hình đa giác đều gồm 20 cạnh. Hỏi có thể lập được

- Bao nhiêu hình chữ nhật từ các đỉnh của đa giác trên?
- Bao nhiêu hình tam giác từ các đỉnh của tam giác trên?
- Bao nhiêu đường chéo?

Lời giải

a. Nhận thấy các hình chữ nhật được tạo thành có 2 đường chéo đi qua tâm O của đa giác. Ta có số đường chéo của đa giác đi qua tâm O là 10. Chọn 2 trong 10 đường chéo thì lập được một hình chữ nhật.

Vậy $C_{10}^2 = 45$ hình chữ nhật.

b. Một tam giác có 3 đỉnh không sắp thứ tự nên số tam giác: $C_{20}^3 = 1140$.

c. Một đường chéo được tạo thành từ hai điểm và trừ các cạnh của đa giác đó nên số đường chéo:

$$C_{20}^2 - 20 = 170$$

Câu 6. Một tổ có 15 học sinh, thầy giáo có 3 đề kiểm tra khác nhau. Cần chọn 5 học sinh cho mỗi đề kiểm tra. Hỏi thầy giáo có bao nhiêu cách?

Lời giải

+ Số cách chọn ra 5 hs trong 1 tổ cho đề kiểm tra số 1 là: $C_{15}^5 = 3003$

+ Khi đó số học sinh còn lại chưa được phát đề kiểm tra là 10 hs

Số cách chọn ra 5 hs trong 10 hs còn lại cho đề kiểm tra số 2 là: $C_{10}^5 = 252$

+ Có 1 cách chọn cho 5 hs còn lại cho đề kiểm tra số 3.

Như vậy thầy giáo có: $3003 \cdot 252 \cdot 1 = 750750$ cách

DẠNG 2. KẾT HỢP HOÁN VỊ, CHÍNH HỢP, TỔ HỢP

Câu 7. Rút gọn:

$$B = \frac{P_{n+2}}{A_n^k \cdot P_{n-k}} + \frac{C_{15}^5 + 2C_{15}^6 + C_{15}^7}{C_{17}^7}$$

Lời giải

$$B = \frac{P_{n+2}}{A_n^k \cdot P_{n-k}} + \frac{C_{15}^5 + 2C_{15}^6 + C_{15}^7}{C_{17}^7} = \frac{(n+2)!}{\frac{n!}{(n-k)!} (n-k)!} + 1 = (n+2)(n+1) + 1 = n^2 + 3n + 3$$

Câu 8. Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số được lập từ các số 0,1,2,3,4,5,6,7,8. Trong đó chữ số 3 có mặt đúng 2 lần. Các chữ số khác có mặt 1 lần?

Lời giải

- Xét TH 1 số 3 đứng đầu, khi đó số 3 thứ 2 có 4 cách chọn và ba vị trí còn lại có A_8^3 cách chọn

Nếu 1 số 3 đứng đầu thì có: $4A_8^3$ cách

- Xét TH 2 không có số 3 đứng đầu tiên, khi đó

+ Có C_4^2 cách chọn 2 số 3 vào hai vị trí trong 4 vị trí còn lại.

+ Có 7 cách chọn vào vị trí đầu tiên

+ Có A_7^2 (Chọn 2 số khác vị trí đầu và số 3) cách chọn vào 2 vị trí còn lại

Nếu không có số 3 đứng đầu thì có $7 \cdot A_4^2 \cdot A_7^2$.

Như vậy có $4A_8^3 + 7C_4^2 \cdot A_7^2$ cách chọn.

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

DẠNG 1. TỔ HỢP

Câu 1. Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm hai phần tử của M là

- A. C_{10}^2 B. 10^2 C. A_{10}^8 D. A_{10}^2

Lời giải

Chọn A

Mỗi cách lấy ra 2 phần tử trong 10 phần tử của M để tạo thành tập con gồm 2 phần tử là một tổ hợp chập 2 của 10 phần tử $\Rightarrow$ Số tập con của M gồm 2 phần tử là C_{10}^2

Câu 2. Cho tập hợp M có 30 phần tử. Số tập con gồm 5 phần tử của M là

- A. A_{30}^4 . B. 30^5 . C. 30^5 . D. C_{30}^5 .

Lời giải

Chọn D

Số tập con gồm 5 phần tử của M chính là số tổ hợp chập 5 của 30 phần tử, nghĩa là bằng C_{30}^5 .

Câu 3. Số tập hợp con có 3 phần tử của một tập hợp có 7 phần tử là

- A. C_7^3 . B. $\frac{7!}{3!}$. C. A_7^3 . D. 21.

Lời giải

Chọn A

Số tập hợp con cần tìm là số tổ hợp chập 3 của 7 phần tử.

Vậy có C_7^3 tập con cần tìm.

Câu 4. Cho tập hợp $M = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Số tập con gồm 3 phần tử của M không có số 0 là:

- A. A_{10}^3 . B. A_9^3 . C. C_{10}^3 . D. C_9^3 .

Lời giải

Mỗi tập con gồm 3 phần tử của M không có số 0 là tổ hợp chập 3 của 9 phần tử.

Số tập con gồm 3 phần tử của M không có số 0 là: C_9^3 .

Câu 5. Cho tập hợp M có 30 phần tử. Số tập con gồm 5 phần tử của M là

- A. C_{30}^5 . B. A_{30}^5 . C. 30^5 . D. A_{30}^4 .

Lời giải

Số tập con gồm 5 phần tử của M là C_{30}^5 .

Câu 6. Có bao nhiêu tập con gồm 3 phần tử được lấy ra từ tập $A = \{a; b; c; d; e; f\}$?

- A. 10. B. 80. C. 40. D. 20.

Lời giải

Chọn D

Mỗi tập con tập gồm 3 phần tử được lấy ra từ tập A có 6 phần tử là một tổ hợp chập 3 của 6 phần tử.

Vậy số tập con gồm 3 phần tử của A là $C_6^3 = 20$ tập con.

Câu 7. Cho tập M gồm 10 phần tử. Số tập con gồm 4 phần tử của M là

- A. 40. B. A_{10}^4 . C. C_{10}^4 . D. 10^4 .

Lời giải

Chọn C

Số tập con gồm 4 phần tử của M là số cách chọn 4 phần tử bất kì trong 10 phần tử của M .

Do đó số tập con gồm 4 phần tử của M là C_{10}^4 .

Câu 8. Cho tập hợp E có 10 phần tử. Hỏi có bao nhiêu tập con có 8 phần tử của tập hợp E ?

- A. 100. B. 80. C. 45. D. 90.

Lời giải

Chọn C

Mỗi tập con có 8 phần tử của tập hợp E là một tổ hợp chập 8 của 10. Vậy số tập con có 8 phần tử của tập hợp E là: $C_{10}^8 = 45$.

Câu 9. Cho tập A gồm 12 phần tử. Số tập con có 4 phần tử của tập A là

- A. A_{12}^8 . B. C_{12}^4 . C. $4!$. D. A_{12}^4 .

Lời giải

Chọn B

Theo định nghĩa tổ hợp: “Giả sử tập A có n phần tử ($n \geq 1$). Mỗi tập con gồm k phần tử của A được gọi là một tổ hợp chập k của n phần tử đã cho”.

Do đó theo yêu cầu bài toán số tập con có 4 phần tử của tập A là C_{12}^4 .

Vậy chọn ý B

Câu 10. Cho tập hợp E có 10 phần tử. Hỏi có bao nhiêu tập con có 8 phần tử của tập hợp E ?

- A. 100. B. 90. C. 45. D. 80.

Lời giải

Mỗi tập con có 8 phần tử của tập hợp E là một tổ hợp chập 8 của 10 phần tử nên số tập con cần tìm là $C_{10}^8 = 45$.

Câu 11. Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số dạng $\overline{abc}$ với $a, b, c \in \{0;1;2;3;4;5;6\}$ sao cho $a < b < c$.

- A. 120. B. 30. C. 40. D. 20.

Lời giải

Vì số tự nhiên có ba chữ số dạng $\overline{abc}$ với $a, b, c \in \{0;1;2;3;4;5;6\}$ sao cho $a < b < c$ nên $a, b, c \in \{1;2;3;4;5;6\}$. Suy ra số các số có dạng $\overline{abc}$ là $C_6^3 = 20$.

Câu 12. Từ các chữ số 2, 3, 4 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 9 chữ số, trong đó chữ số 2 có mặt 2 lần, chữ số 3 có mặt 3 lần, chữ số 4 có mặt 4 lần?

- A. 1260. B. 40320. C. 120. D. 1728.

Lời giải

Chọn vị trí cho 2 chữ số 2 có C_9^2 cách.

Chọn vị trí cho 3 chữ số 3 có C_7^3 cách.

Chọn vị trí cho 4 chữ số 4 có C_4^4 cách.

Vậy số các số tự nhiên thỏa yêu cầu bài toán là $C_9^2 C_7^3 C_4^4 = 1260$ số.

Câu 13. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục?

- A. 48. B. 72. C. 54. D. 36.

Lời giải

Cứ hai số được chọn từ trong chín chữ số đã cho chỉ lập được duy nhất một số theo yêu cầu, nghĩa là ta được một tổ hợp chập 2 của 9 phần tử.

Vậy số các số cần lập là $C_9^2 = 36$.

Câu 14. Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9, hỏi lập được bao nhiêu số tự nhiên mỗi số có 4 chữ số khác nhau mà chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước?

- A. 4536. B. 2513. C. 126. D. 3913.

Lời giải

Vì chữ số cần lập mà chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước nên không có chữ số 0.

Chọn 4 chữ số khác nhau từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 có $C_9^4 = 126$ cách chọn.

Ứng với mỗi cách chọn đó chỉ có duy nhất 1 cách xếp mà chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước. Do đó có 126 số thỏa mãn đề bài.

Câu 15. Số cách chọn 2 học sinh từ 5 học sinh là

- A. 2^5 . B. C_5^2 . C. A_5^2 . D. 5^2 .

Lời giải

Chọn B

Mỗi cách chọn 2 học sinh từ 5 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 5 phần tử. vậy có C_5^2 cách.

Câu 16. Số cách chọn 2 học sinh từ 6 học sinh là

- A. A_6^2 . B. C_6^2 . C. 2^6 . D. 6^2 .

Lời giải

Chọn B

Số cách chọn 2 học sinh từ 6 học sinh là: C_6^2 .

Câu 17. Số cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là

- A. 2^7 . B. A_7^2 . C. C_7^2 . D. 7^2 .

Lời giải

Chọn C

Mỗi cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 7 phần tử. Số cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là: C_7^2 .

Câu 18. Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm 38 học sinh?

- A. 2^{38} B. C_{38}^2 C. 38^2 D. A_{38}^2

Lời giải

Chọn B

Câu 19. Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh?

- A. 2^{34} . B. A_{34}^2 . C. 34^2 . D. C_{34}^2 .

Lời giải

Mỗi cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 34 phần tử nên số cách chọn là C_{34}^2 .

Câu 20. Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm 38 học sinh?

- A. A_{38}^2 . B. 2^{38} . C. C_{38}^2 . D. 38^2 .

Lời giải

$$C_{38}^2$$

Câu 21. Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm hai phần tử của M là

A. C_{10}^2

B. 10^2

C. A_{10}^8

D. A_{10}^2

Lời giải

Chọn A

Mỗi cách lấy ra 2 phần tử trong 10 phần tử của M để tạo thành tập con gồm 2 phần tử là một tổ hợp chập 2 của 10 phần tử $\Rightarrow$ Số tập con của M gồm 2 phần tử là C_{10}^2

Câu 22. Một lớp có 48 học sinh. Số cách chọn 2 học sinh trực nhật là

A. 2256.

B. 2304.

C. 1128.

D. 96.

Lời giải

Mỗi cách chọn 2 học sinh trong 48 là một tổ hợp chập 2 của 48 phần tử.

Suy ra số cách chọn là $C_{48}^2 = 1128$.

Câu 23. Cần phân công ba bạn từ một tổ có 10 bạn để làm trực nhật. Hỏi có bao nhiêu cách phân công khác nhau?

A. 720.

B. 10^3 .

C. 120.

D. 210.

Lời giải

Số cách phân công là: $C_{10}^3 = 120$.

Câu 24. Một hộp đựng hai viên bi màu vàng và ba viên bi màu đỏ. Có bao nhiêu cách lấy ra hai viên bi trong hộp?

A. 10.

B. 20.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Số cách lấy ra hai viên bi là $C_5^2 = 10$.

Câu 25. Một lớp học có 40 học sinh gồm 25 nam và 15 nữ. Chọn 3 học sinh để tham gia vệ sinh công cộng toàn trường, hỏi có bao nhiêu cách chọn như trên?

A. 2300.

B. 59280.

C. 455

D. 9880.

Lời giải

Chọn D

Chọn 3 học sinh trong 40 học sinh nên ta có $C_{40}^3 = 9880$ cách chọn.

Câu 26. Một hộp đựng 50 viên bi gồm 10 viên bi màu trắng, 25 viên bi màu đỏ và 15 viên bi màu xanh. Có bao nhiêu cách chọn 8 viên bi trong hộp đó mà không có viên bi nào màu xanh?

A. C_{50}^8 .

B. $C_{10}^8 + C_{25}^8$.

C. C_{35}^8 .

D. $C_{50}^8 - C_{15}^8$.

Lời giải

Chọn C

Số cách chọn 8 viên bi từ 35 viên bi trắng + đỏ là: C_{35}^8 .

Câu 27. Số cách phân 3 học sinh trong 12 học sinh đi lao động là

A. P_{12} .

B. 36.

C. A_{12}^3 .

D. C_{12}^3 .

Lời giải

Chọn D

Mỗi cách phân 3 học sinh trong 12 học sinh đi lao động là tổ hợp chập 3 của 12.

Vậy số cách phân học sinh lao động là C_{12}^3 .

Câu 28. Có tất cả bao nhiêu cách chia 10 người thành hai nhóm, một nhóm có 6 người và một nhóm có 4 người?

- A. 210. B. 120. C. 100. D. 140.

Lời giải

Số cách phân nhóm 6 người trong 10 người là C_{10}^6 . Sau khi phân nhóm 6 người còn lại 4 người được phân nhóm vào nhóm còn lại. Vậy có $C_{10}^6 = 210$ cách.

Câu 29. Trong một đa giác lồi n cạnh, số đường chéo của đa giác là.

- A. C_n^2 . B. A_n^2 . C. $A_n^2 - n$. D. $C_n^2 - n$.

Lời giải

Số đường chéo của đa giác là $C_n^2 - n$.

Câu 30. Cho một đa giác đều có 10 cạnh. Có bao nhiêu tam giác có 3 đỉnh thuộc các đỉnh của đa giác đã cho.

- A. 720. B. 35. C. 120. D. 240.

Lời giải

Ta có đa giác đều có 10 cạnh nên đa giác đều có 10 đỉnh.

Mỗi tam giác là một tổ hợp chập 3 của 10 phần tử.

Vậy có $C_{10}^3 = 120$ tam giác.

Câu 31. Cho 8 điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được chọn từ 8 điểm trên ?

- A. 336. B. 56. C. 168. D. 84.

Lời giải

Ta có số tam giác tạo thành từ 8 điểm trên là số tổ hợp chập 3 điểm của 8 điểm. Suy ra kết quả là: $C_8^3 = 56$.

Câu 32. Số đường chéo của đa giác đều có 20 cạnh là bao nhiêu?

- A. 170. B. 190. C. 360. D. 380.

Lời giải

Số đường chéo của đa giác đều n cạnh là $C_n^2 - n$.

Với $n = 20$ thì $C_{20}^2 - 20 = 170$.

Câu 33. Lục giác đều $ABCDEF$ có bao nhiêu đường chéo

- A. 15. B. 5. C. 9. D. 24.

Lời giải

Số đường chéo của lục giác đều (6 cạnh là) : $C_6^2 - 6 = 9$

Câu 34. Số giao điểm tối đa của 10 đường thẳng phân biệt là

- A. 50. B. 100. C. 120. D. 45.

Lời giải

Số giao điểm tối đa của 10 đường thẳng phân biệt là $C_{10}^2 = 45$.

Câu 35. Trong mặt phẳng cho tập hợp P gồm 10 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Số tam giác có 3 đỉnh đều thuộc P là

- A. 10^3 . B. A_{10}^3 . C. C_{10}^3 . D. A_{10}^7 .

Lời giải

Với 3 điểm phân biệt không thẳng hàng, tạo thành duy nhất 1 tam giác.

Vậy, với 10 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng, số tam giác tạo thành là C_{10}^3 .

- Câu 36.** Cho đa giác đều có 20 đỉnh. Số tam giác được tạo nên từ các đỉnh này là
A. A_{20}^3 . **B.** $3!C_{20}^3$. **C.** 10^3 . **D.** C_{20}^3 .

Lời giải

Số tam giác bằng với số cách chọn 3 phần tử trong 20 phần tử. Do đó có C_{20}^3 tam giác.

- Câu 37.** Cho 20 điểm phân biệt cùng nằm trên một đường tròn. Hỏi có bao nhiêu tam giác được tạo thành từ các điểm này?
A. 8000. **B.** 6480. **C.** 1140. **D.** 600.

Lời giải

Chọn C

Chọn 3 điểm từ 20 điểm ta có một tam giác nên số tam giác tạo thành từ 20 điểm đã cho là $C_{20}^3 = 1140$.

- Câu 38.** Trong không gian cho 20 điểm trong đó không có 4 điểm nào cùng nằm trong một mặt phẳng. Hỏi có bao nhiêu cách tạo mặt phẳng từ 3 điểm trong 20 điểm trên?
A. 190. **B.** 6840. **C.** 380. **D.** 1140.

Lời giải

Chọn D

Số cách tạo mặt phẳng là $C_{20}^3 = 1140$.

- Câu 39.** Trên đường tròn tâm O cho 12 điểm phân biệt. Từ các điểm đã cho có thể tạo được bao nhiêu tứ giác nội tiếp đường tròn tâm O?
A. C_{12}^4 . **B.** 3. **C.** $4!$. **D.** A_{12}^4 .

Lời giải

Chọn A

Ta có: Số cách lấy 4 điểm phân biệt bất kì từ 12 điểm phân biệt trên đường tròn tâm O sẽ là số tứ giác nội tiếp đường tròn tâm O được tạo thành. Vậy có C_{12}^4 tứ giác nội tiếp đường tròn tâm O được tạo thành.

- Câu 40.** Cho đa giác đều có 2018 đỉnh. Hỏi có bao nhiêu hình chữ nhật có 4 đỉnh là các đỉnh của đa giác đã cho?
A. C_{2018}^4 . **B.** C_{1009}^4 . **C.** C_{2018}^2 . **D.** C_{1009}^2 .

Lời giải

Chọn D

Số đường chéo qua tâm là 1009.

Số hình chữ nhật có 4 đỉnh là các đỉnh của đa giác đã cho bằng số cách lấy hai đường chéo qua tâm, do đó số hình chữ nhật là C_{1009}^2 .

- Câu 41.** Trong mặt phẳng, cho 6 điểm phân biệt sao cho không có ba điểm nào thẳng hàng. Hỏi có thể lập được bao nhiêu tam giác mà các đỉnh của nó thuộc tập điểm đã cho?
A. 6^3 . **B.** 3^4 . **C.** A_6^3 . **D.** C_6^3 .

Lời giải

Chọn D

Lấy 3 điểm trong 6 điểm lập thành tam giác có C_6^3 cách.

- Câu 42.** Số cách chia 12 phần quà cho 3 bạn sao cho ai cũng có ít nhất hai phần quà là
A. 28. **B.** 36. **C.** 56. **D.** 72.

Lời giải

+ Chia trước cho mỗi học sinh một phần quà thì số phần quà còn lại là 9 phần quà.
+ Chia 9 phần quà cho 3 học sinh sao cho học sinh nào cũng có ít nhất một phần quà:
Đặt 9 phần quà theo một hàng ngang, giữa các phần quà sẽ có 8 khoảng trống, chọn 2 khoảng trống trong 8 khoảng trống đó để chia 9 phần quà còn lại thành 3 phần quà mà mỗi phần có ít nhất một phần quà, có C_8^2 . Vậy tất cả có $C_8^2 = 28$ cách chia.

- Câu 43.** Từ một nhóm có 10 học sinh nam và 8 học sinh nữ, có bao nhiêu cách chọn ra 5 học sinh trong đó có 3 học sinh nam và 2 học sinh nữ?

- A.** $C_{10}^3 C_8^2$. **B.** $A_{10}^3 A_8^2$. **C.** $A_{10}^3 + A_8^2$. **D.** $C_{10}^3 + C_8^2$.

Lời giải

Chọn A

Số cách chọn ra 3 học sinh nam từ 10 học sinh nam là: C_{10}^3 .

Số cách chọn ra 2 học sinh nữ từ 8 học sinh nữ là: C_8^2 .

Vậy số cách chọn thỏa yêu cầu là: $C_{10}^3 C_8^2$.

- Câu 44.** Một nhóm có 6 học sinh gồm 4 nam và 2 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh trong đó có cả nam và nữ.

- A.** 6. **B.** 16. **C.** 20. **D.** 32.

Lời giải

Chọn B

Chọn 3 học sinh tùy ý từ nhóm 6 học sinh có: C_6^3 cách.

Chọn 3 học sinh nam từ 4 học sinh nam có: C_4^3 cách.

Do đó, số cách chọn ra 3 học sinh trong đó có cả nam và nữ là: $C_6^3 - C_4^3 = 16$ cách.

- Câu 45.** Từ một tập gồm 10 câu hỏi, trong đó có 4 câu lí thuyết và 6 câu bài tập, người ta tạo thành các đề thi. Biết rằng một đề thi phải gồm 3 câu hỏi trong đó có ít nhất một câu lí thuyết và 1 câu bài tập. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu đề khác nhau.

- A.** 100. **B.** 36. **C.** 96. **D.** 60.

Lời giải

Chọn C

Trường hợp 1: 2 câu lí thuyết, 1 câu bài tập. Suy ra số đề tạo ra là $C_4^2 \cdot C_6^1 = 36$ (đề)

Trường hợp 2: 1 câu lí thuyết, 2 câu bài tập. Suy ra số đề tạo ra là $C_4^1 \cdot C_6^2 = 60$ (đề)

Vậy có thể tạo được số đề khác nhau là: $36 + 60 = 96$ (đề)

- Câu 46.** Một đội xây dựng gồm 3 kĩ sư, 7 công nhân. Có bao nhiêu cách lập từ đó một tổ công tác 5 người gồm 1 kĩ sư làm tổ trưởng, 1 công nhân làm tổ phó và 3 công nhân làm tổ viên:

- A.** 420 cách. **B.** 120 cách. **C.** 252 cách. **D.** 360 cách.

Lời giải

Chọn A

Chọn 1 kĩ sư làm tổ trưởng có 3 cách, 1 công nhân làm tổ phó có 7 cách và 3 công nhân làm tổ viên có C_6^3 cách.

Vậy số cách lập tổ công tác theo yêu cầu là: $3 \times 7 \times C_6^3 = 420$ cách

Câu 47. Cô giáo chia 4 quả táo, 3 quả cam và 2 quả chuối cho 9 cháu (mỗi cháu 1 quả). Hỏi có bao nhiêu cách chia khác nhau?

- A. 120. **B. 1260.** C. 9. D. 24.

Lời giải

Chọn B

Chọn nhóm 4 cháu để được chia táo thì có C_9^4 (cách). Khi đó có một cách chia táo để mỗi cháu trong nhóm này được một quả táo.

Chọn nhóm 3 cháu để được chia cam trong các cháu còn lại thì có C_5^3 (cách). Khi đó có một cách chia cam để mỗi cháu trong nhóm này được một quả cam.

Còn lại hai cháu và tương ứng có một cách chia cho mỗi cháu một quả chuối.

Số cách chia thỏa mãn bài toán là : $C_9^4 \cdot C_5^3 \cdot 1 = 1260$ (cách).

Câu 48. Tại một buổi lễ có 13 cặp vợ chồng tham dự, mỗi ông bắt tay với một người trừ vợ mình, các bà không ai bắt tay nhau. Hỏi có bao nhiêu cái bắt tay.

- A. 234.** B. 312. C. 78. D. 185.

Lời giải

Chọn A

Số cái bắt tay của 13 cặp vợ chồng không có điều kiện gì là $C_{26}^2 = 325$.

Số cái bắt tay của 13 bà vợ với nhau là $C_{13}^2 = 78$.

Số cái bắt tay của 13 cặp vợ chồng với nhau (chồng bắt tay với vợ) là 13.

Số cái bắt tay thỏa mãn yêu cầu bài toán là $325 - 78 - 13 = 234$.

Câu 49. Một nhóm có 5 nam và 3 nữ. Chọn ra 3 người trong đó có ít nhất 1 nữ. Số cách chọn là

- A. 48. **B. 46.** C. 15. D. 64.

Lời giải

Chọn B

Số cách chọn ra 3 người từ 8 người là: $C_8^3 = 56$

Số cách chọn ra 3 người không có nữ là $C_5^3 = 10$

$\Rightarrow$ Số cách chọn ra 3 người trong đó có ít nhất 1 nữ là: $56 - 10 = 46$.

Câu 50. Một lớp học có 30 học sinh gồm 20 nam, 10 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một nhóm 3 học sinh sao cho nhóm đó có ít nhất 1 học sinh là nữ.

- A. 1140. **B. 2920.** C. 1900. D. 900.

Lời giải

Chọn B

Số cách chọn ra 3 học sinh từ 30 học sinh: $C_{30}^3 = 4060$ (cách).

Số cách chọn ra 3 học sinh nam là: $C_{20}^3 = 1140$ (cách).

Số cách chọn một nhóm 3 học sinh sao cho nhóm đó có ít nhất 1 học sinh là nữ:
 $4060 - 1140 = 2920$ (cách).

Câu 51. Một hộp chứa 20 quả cầu khác nhau trong đó có 12 quả đỏ, 8 quả xanh. Hỏi có bao nhiêu cách lấy được 3 quả trong đó có ít nhất 1 quả xanh?

- A. Đáp án khác. B. 220. C. 900. **D. 920.**

Lời giải

Chọn D

Số cách lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ 20 quả là C_{20}^3 .

Số cách lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu mà không có quả cầu màu xanh là C_{12}^3 .

Vậy số cách lấy ra 3 quả cầu trong đó có ít nhất 1 quả màu xanh là $C_{20}^3 - C_{12}^3 = 920$ (cách).

Câu 52. Từ một tập gồm 10 câu hỏi, trong đó có 4 câu lý thuyết và 6 câu bài tập, người ta cấu tạo thành các đề thi. Biết rằng trong một đề thi phải gồm 3 câu hỏi trong đó có ít nhất 1 câu lý thuyết và 1 câu hỏi bài tập. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu đề như trên?

A. 60.

B. 96.

C. 36.

D. 100.

Lời giải

TH1: chọn 2 câu lý thuyết và 1 câu bài tập có: $C_4^2 \cdot C_6^1$ cách.

TH1: chọn 1 câu lý thuyết và 2 câu bài tập có: $C_4^1 \cdot C_6^2$ cách.

Vậy số cách lập đề thỏa điều kiện bài toán là: 96 cách.

Câu 53. Ngân hàng đề thi gồm 15 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau và 8 câu hỏi tự luận khác nhau. Hỏi có thể lập được bao nhiêu đề thi sao cho mỗi đề thi gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau và 4 câu hỏi tự luận khác nhau.

A. $C_{15}^{10} \cdot C_8^4$.

B. $C_{15}^{10} + C_8^4$.

C. $A_{15}^{10} \cdot A_8^4$.

D. $A_{15}^{10} + A_8^4$.

Lời giải

Để lập được một đề thi gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau và 4 câu hỏi tự luận khác nhau ta thực hiện qua 2 giai đoạn.

Giai đoạn 1: Chọn 10 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau từ 15 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau có C_{15}^{10} cách chọn.

Giai đoạn 2: Chọn 4 câu hỏi tự luận khác nhau từ 8 câu hỏi tự luận khác nhau có C_8^4 cách chọn.

Theo quy tắc nhân có $C_{15}^{10} \cdot C_8^4$ cách lập đề thi.

Câu 54. Một lớp có 40 học sinh gồm 25 nam và 15 nữ. Giáo viên chủ nhiệm muốn chọn 4 em trực cờ đỏ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn nếu ít nhất phải có một nam?

A. $C_{40}^4 - C_{15}^4$ (cách).

B. C_{25}^4 (cách).

C. $C_{25}^1 C_{15}^3$ (cách).

D. $C_{40}^4 + C_{15}^4$ (cách).

Lời giải

Số cách chọn 4 em tùy ý trong lớp: C_{40}^4 .

Số cách chọn 4 em nữ trong lớp: C_{15}^4 .

Số cách chọn 4 em trong đó ít nhất phải có một nam: $C_{40}^4 - C_{15}^4$.

Câu 55. Trong một buổi khiêu vũ có 20 nam và 18 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một đôi nam nữ để khiêu vũ?

A. C_{38}^2 .

B. A_{38}^2 .

C. $C_{20}^2 C_{18}^1$.

D. $C_{20}^1 C_{18}^1$.

Lời giải

Chọn một nam trong 20 nam có C_{20}^1 cách.

Chọn một nữ trong 18 nữ có C_{18}^1 cách.

Theo quy tắc nhân, số cách chọn một đôi nam nữ là $C_{20}^1 C_{18}^1$.

Câu 56. Một nhóm gồm 6 học sinh nam và 7 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn từ đó ra 3 học sinh tham gia văn nghệ sao cho luôn có ít nhất một học sinh nam.

- A. 245. B. 3480. C. 336. D. 251.

Lời giải

Chọn ra 3 học sinh tham gia văn nghệ trong 13 học sinh tùy ý có C_{13}^3 cách.

Chọn ra 3 học sinh tham gia văn nghệ trong 7 học sinh nữ có C_7^3 cách.

Vậy chọn ra 3 học sinh tham gia văn nghệ sao cho luôn có ít nhất một học sinh nam có $C_{13}^3 - C_7^3 = 251$.

Câu 57. Có 10 quyển sách toán giống nhau, 11 quyển sách lý giống nhau và 9 quyển sách hóa giống nhau. Có bao nhiêu cách trao giải thưởng cho 15 học sinh có kết quả thi cao nhất của khối A trong kì thi thử lần hai của trường THPT Lục Ngạn số 1, biết mỗi phần thưởng là hai quyển sách khác loại?

- A. $C_{15}^7 C_9^3$. B. $C_{15}^6 C_9^4$. C. $C_{15}^3 C_9^4$. D. C_{30}^2 .

Lời giải

Có duy nhất một cách chia 30 quyển sách thành 15 bộ, mỗi bộ gồm hai quyển sách khác loại, trong đó có:

+ 4 bộ giống nhau gồm 1 toán và 1 hóa.

+ 5 bộ giống nhau gồm 1 hóa và 1 lí.

+ 6 bộ giống nhau gồm 1 lí và toán.

Số cách trao phần thưởng cho 15 học sinh được tính như sau:

+ Chọn ra 4 người (trong 15 người) để trao bộ sách toán và hóa $\Rightarrow$ có C_{15}^4 cách.

+ Chọn ra 5 người (trong 11 người còn lại) để trao bộ sách hóa và lí $\Rightarrow$ có C_{11}^5 cách.

+ Còn lại 6 người trao bộ sách toán và lí $\Rightarrow$ có 1 cách.

Vậy số cách trao phần thưởng là $C_{15}^4 \cdot C_{11}^5 = C_{15}^6 \cdot C_9^4 = 630630$ (cách).

Câu 58. Có 6 học sinh lớp 12, 5 học sinh lớp 11 và 4 học sinh lớp 10. Số cách chọn ra 4 học sinh có đủ cả ba khối là

- A. 1365. B. 720. C. 280. D. 120.

Lời giải

Chọn B

Trường hợp 1: Chọn 2 học sinh khối 12, 1 học sinh khối 11, 1 học sinh khối 10 ta có $C_6^2 C_5^1 C_4^1$ cách.

Trường hợp 2: Chọn 1 học sinh khối 12, 2 học sinh khối 11, 1 học sinh khối 10 ta có $C_6^1 C_5^2 C_4^1$ cách.

Trường hợp 3: Chọn 1 học sinh khối 12, 1 học sinh khối 11, 2 học sinh khối 10 ta có $C_6^1 C_5^1 C_4^2$ cách.

Vậy ta có số cách chọn thỏa mãn là $C_6^2 C_5^1 C_4^1 + C_6^1 C_5^2 C_4^1 + C_6^1 C_5^1 C_4^2 = 720$ (cách).

Câu 59. Đội ca khúc chính trị của trường THPT Yên Lạc 2 gồm có 4 học sinh khối 12, có 3 học sinh khối 11 và 2 học sinh khối 10. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh để biểu diễn tiết mục văn nghệ chào mừng ngày 20/11. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho khối nào cũng có học sinh được chọn.

- A. 102. B. 126. C. 100. D. 98.

Lời giải

Chọn D

Số cách chọn 5 học sinh tùy ý là $C_9^5 = 126$.

Số cách chọn 5 học sinh gồm học sinh khối 10 hoặc khối 11 là $C_5^5 = 1$.

Số cách chọn 5 học sinh gồm học sinh khối 11 hoặc khối 12 là $C_7^5 = 21$.

Số cách chọn 5 học sinh gồm học sinh khối 10 hoặc khối 12 là $C_6^5 = 6$.

Vậy số cách chọn 5 học sinh đủ ba khối là $126 - 1 - 21 - 6 = 98$.

Câu 60. Một hộp có 6 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 4 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi sao cho có đủ cả ba màu. Số cách chọn là:

A. 840

B. 3843

C. 2170

D. 3003

Lời giải

Chọn C

Tổng số có 15 viên bi.

Số cách chọn 5 viên bi tùy ý: $C_{15}^5 = 3003$.

Số cách chọn 5 viên bi chỉ có một màu: $C_6^5 + C_5^5 + C_4^5 = 7$

Số cách chọn 5 viên bi chỉ có một hoặc hai màu (xanh + đỏ; xanh + vàng; đỏ + vàng):

(Trong số cách chọn này có lặp lại số cách chọn bi một màu)

$$C_{11}^5 + C_{10}^5 + C_9^5 - (C_6^5 + C_5^5 + C_4^5) = 833.$$

Vậy số cách chọn 5 viên bi có đủ cả ba màu là: $3003 - 840 = 2170$

Câu 61. Từ 20 câu trắc nghiệm gồm 9 câu dễ, 7 câu trung bình và 4 câu khó. người ta chọn ra 10 câu để làm đề kiểm tra sao cho phải có đủ 3 loại dễ, trung bình và khó. Hỏi có thể lập được bao nhiêu đề kiểm tra?

A. 176451.

B. 176465.

C. 176415.

D. 6415.

Lời giải

Chọn A

Số cách chọn ra 10 câu bất kỳ trong số 20 câu C_{20}^{10}

Số cách chọn ra 10 câu mà không có câu dễ: C_{11}^{10}

Số cách chọn ra 10 câu mà không có câu khó: C_{16}^{10}

Số cách chọn ra 10 câu mà không có câu trung bình: C_{13}^{10}

Như vậy: Số cách chọn ra 10 câu để làm đề kiểm tra sao cho phải có đủ 3 loại dễ, trung bình và khó là:

$$C_{20}^{10} - C_{11}^{10} - C_{16}^{10} - C_{13}^{10} = 176451$$

Câu 62. Đội thanh niên xung kích của một trường trung học phổ thông có 10 người, gồm 4 học sinh lớp A, 3 học sinh lớp B, 3 học sinh lớp C. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 5 học sinh đi làm nhiệm vụ mà số học sinh lớp B bằng số học sinh lớp C?

A. 36.

B. 72.

C. 144.

D. 108.

Lời giải

Chọn B

Trường hợp 1: Lớp B và lớp C có 1 học sinh, lớp A có 3 học sinh. Khi đó, số cách chọn là

$$C_3^1 \cdot C_3^1 \cdot C_4^3 = 36.$$

Trường hợp 2: Lớp B và lớp C có 2 học sinh, lớp A có 1 học sinh. Khi đó, số cách chọn là

$$C_3^2 \cdot C_3^2 \cdot C_4^1 = 36.$$

Áp dụng quy tắc cộng ta có số cách chọn 5 học sinh đi làm nhiệm vụ mà số học sinh lớp B bằng số học sinh lớp C là $36 + 36 = 72$ cách.

Câu 63. Một lớp học có 30 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách lập ra một đội văn nghệ gồm 6 người, trong đó có ít nhất 4 nam?

- A. 412.803. B. 2.783.638. C. 5.608.890. D. 763.806.

Lời giải

Chọn C

Trường hợp 1: Đội văn nghệ gồm 4 nam, 2 nữ có $C_{30}^4.C_{15}^2$ (cách chọn).

Trường hợp 2: Đội văn nghệ gồm 5 nam, 1 nữ có $C_{30}^5.C_{15}^1$ (cách chọn).

Trường hợp 3: Đội văn nghệ gồm 6 nam, 0 nữ có C_{30}^6 (cách chọn).

Vậy có tổng cộng: $C_{30}^4.C_{15}^2 + C_{30}^5.C_{15}^1 + C_{30}^6 = 5.608.890$ cách lập thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 64. Một bó hoa có 14 bông hoa gồm: 3 bông màu hồng, 5 bông màu xanh còn lại là màu vàng. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 7 bông trong đó phải có đủ ba màu?

- A. 3058. B. 3060. C. 3432. D. 129.

Lời giải

Chọn A

Chọn 7 bông bất kì từ 14 bông có: $C_{14}^7 = 3432$ cách.

Chọn hai màu hồng, xanh có $C_3^3.C_5^4 + C_3^2.C_5^5 = 8$ cách.

Chọn hai màu hồng, vàng có $C_3^3.C_6^4 + C_3^2.C_6^5 + C_3^1.C_6^6 = 36$ cách.

Chọn hai màu xanh, vàng có $C_5^5.C_6^2 + C_5^4.C_6^3 + C_5^3.C_6^4 + C_5^2.C_6^5 + C_5^1.C_6^6 = 330$ cách.

Vậy có $3432 - (8 + 36 + 330) = 3058$ cách

Câu 65. Một hộp đựng 26 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 26. Bạn Hải rút ngẫu nhiên cùng lúc 3 tấm thẻ. Hỏi có bao nhiêu cách rút sao cho bất kì hai trong ba tấm thẻ lấy ra đó có hai số tương ứng ghi trên hai tấm thẻ luôn hơn kém nhau ít nhất hai đơn vị.

- A. 1771. B. 1350. C. 1768. D. 2024.

Lời giải

Chọn D

Chọn ra 3 tấm thẻ bất kì từ 26 tấm thẻ có C_{26}^3 cách.

Chọn ra 3 tấm thẻ ghi số liên tiếp có 24 cách.

Chọn ra 3 tấm thẻ trong đó có đúng 2 tấm thẻ ghi số liên tiếp: $2.23 + 23.22 = 552$ cách.

Số cách chọn ra 3 tấm thẻ thỏa yêu cầu bài toán là $C_{26}^3 - 24 - 552 = 2024$.

Giải thích: Nếu chọn được 2 số liên tiếp là 1,2 hoặc 25,26 thì có 23 cách chọn 1 số thứ ba.

Nếu chọn được hai số liên tiếp khác cặp số trên thì có 22 cách chọn 1 số thứ ba.

Câu 66. Một hộp chứa 16 quả cầu gồm sáu quả cầu xanh đánh số từ 1 đến 6, năm quả cầu đỏ đánh số từ 1 đến 5 và năm quả cầu vàng đánh số từ 1 đến 5. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra từ hộp đó ba quả cầu vừa khác màu vừa khác số?

- A. 60. B. 72. C. 150. D. 80.

Lời giải

Chọn D

Số cách chọn ba quả cầu khác màu là $C_6^1.C_5^1.C_5^1 = 150$.

Số cách chọn ba quả cầu khác màu cùng một số là: 5 cách chọn.

Số cách chọn ba quả cầu khác màu nhưng có 2 quả cầu cùng số là: $5.5 + 5.4 + 5.4 = 65$.

Vậy có $150 - (5 + 65) = 80$

Câu 67. Trong hộp có 5 quả cầu đỏ và 7 quả cầu xanh kích thước giống nhau. Lấy ngẫu nhiên 5 quả cầu từ hộp. Hỏi có bao nhiêu khả năng lấy được số quả cầu đỏ nhiều hơn số quả cầu xanh.

A. 245.

B. 3480.

C. 246.

D. 3360.

Lời giải**Chọn C**

Lấy ngẫu nhiên 5 quả cầu từ hộp 12 quả cầu, để số quả cầu đỏ nhiều hơn số quả cầu xanh, những trường hợp có thể xảy ra là

Trường hợp 1: 5 cầu đỏ

Số khả năng: $C_5^5 = 1$ khả năng.

Trường hợp 1: 4 cầu đỏ, 1 cầu xanh

Số khả năng: $C_5^4 \cdot C_7^1 = 35$ khả năng.

Trường hợp 2: 3 cầu đỏ, 2 cầu xanh

Số khả năng: $C_5^3 \cdot C_7^2 = 210$ khả năng.

Áp dụng quy tắc cộng: có tất cả: $35 + 210 + 1 = 246$ khả năng.

Câu 68. Một trường cấp 3 của tỉnh Đồng Tháp có 8 giáo viên Toán gồm có 3 nữ và 5 nam, giáo viên Vật lý thì có 4 giáo viên nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một đoàn thanh tra công tác ôn thi THPTQG gồm 3 người có đủ 2 môn Toán và Vật lý và phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn?

A. 60 (cách).

B. 120 (cách).

C. 12960 (cách).D. 90 (cách).**Lời giải**

Vì chọn ra 3 người mà yêu cầu phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn nên số giáo viên nữ được chọn chỉ có thể bằng 1 hoặc 2. Ta xét hai trường hợp:

* Trường hợp 1: Chọn 1 giáo viên nữ: Có C_3^1 cách. Khi đó:

- Chọn 1 giáo viên nam môn Toán và 1 nam môn Vật lý: Có $C_5^1 \times C_4^1$ cách.

- Chọn 2 giáo viên nam môn Vật lý: Có C_4^2 cách.

Trường hợp này có $C_3^1 (C_5^1 \times C_4^1 + C_4^2)$ cách chọn.

* Trường hợp 2: Chọn 2 giáo viên nữ: Có C_3^2 cách chọn. Khi đó chọn thêm 1 giáo viên nam môn

Vật lý: Có C_4^1 cách. Trường hợp này có $C_3^2 \times C_4^1$ cách chọn.

Vậy tất cả có $C_3^1 (C_5^1 \times C_4^1 + C_4^2) + C_3^2 \times C_4^1 = 90$ cách chọn.

Câu 69. Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ bế giảng. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn?

A. 120.

B. 98.

C. 150.

D. 360.

Lời giải

☞ Số cách chọn ngẫu nhiên 5 học sinh C_9^5 cách.

☞ Số cách chọn 5 học sinh chỉ có 2 lớp: $C_7^5 + C_6^5 + C_5^5$

Vậy số cách chọn 5 học sinh có cả 3 lớp là $C_9^5 - (C_7^5 + C_6^5 + C_5^5) = 98$.

Câu 70. Trong kho đèn trang trí đang còn 5 bóng đèn loại I, 7 bóng đèn loại II, các bóng đèn đều khác nhau về màu sắc và hình dáng. Lấy ra 5 bóng đèn bất kỳ. Hỏi có bao nhiêu khả năng xảy ra số bóng đèn loại I nhiều hơn số bóng đèn loại II?

A. 246.

B. 3480.

C. 245.

D. 3360.

Lời giải

Có 3 trường hợp xảy ra:

TH1: Lấy được 5 bóng đèn loại I: có 1 cách

TH2: Lấy được 4 bóng đèn loại I, 1 bóng đèn loại II: có $C_5^4 \cdot C_7^1$ cách

TH3: Lấy được 3 bóng đèn loại I, 2 bóng đèn loại II: có $C_5^3.C_7^2$ cách

Theo quy tắc cộng, có $1 + C_5^4.C_7^1 + C_5^3.C_7^2 = 246$ cách

Câu 71. Có bao nhiêu cách chia 8 đồ vật khác nhau cho 3 người sao cho có một người được 2 đồ vật và hai người còn lại mỗi người được ba đồ vật?

- A.** $3!C_8^2C_6^3$. **B.** $C_8^2C_6^3$. **C.** $A_8^2A_6^3$. **D.** $3C_8^2C_6^3$.

Lời giải

Việc chia đồ vật trong bài toán được tiến hành theo các bước sau

- Bước 1: Chia 8 đồ vật thành 3 nhóm đồ vật nhỏ (một nhóm có 2 vật, hai nhóm còn lại mỗi nhóm có 3 đồ vật), có $C_8^2C_6^3C_3^3 = C_8^2C_6^3$ cách
 - Bước 2 : Chia 3 nhóm đồ ở bước 1 cho 3 người, có $3!$ cách
- Vậy có $3!C_8^2C_6^3$ cách.

Câu 72. Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Số cách chọn ngẫu nhiên 5 học sinh của tổ trong đó có cả học sinh nam và học sinh nữ là?

- A.** 545. **B.** 462. **C.** 455. **D.** 456.

Lời giải

Chọn 5 học sinh bất kỳ từ tổ 11 học sinh có số cách chọn là C_{11}^5 .

Số cách chọn 5 học sinh mà chỉ toàn nữ hoặc toàn nam là $C_5^5 + C_6^5$.

Số cách chọn ngẫu nhiên 5 học sinh của tổ trong đó có cả học sinh nam và học sinh nữ là $C_{11}^5 - (C_5^5 + C_6^5) = 455$.

Câu 73. Có 15 học sinh giỏi gồm 6 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 6 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất 1 học sinh?

- A.** 4249. **B.** 4250. **C.** 5005. **D.** 805.

Lời giải

Số cách chọn 6 học sinh bất kỳ trong 15 học sinh là $C_{15}^6 = 5005$.

Số cách chọn 6 học sinh chỉ có khối 12 là $C_6^6 = 1$ cách.

Số cách chọn 6 học sinh chỉ có khối 10 và 11 là $C_9^6 = 84$ cách.

Số cách chọn 6 học sinh chỉ có khối 10 và 12 là $C_{11}^6 - C_6^6 = 461$ cách.

Số cách chọn 6 học sinh chỉ có khối 11 và 12 là $C_{10}^6 - C_6^6 = 209$ cách.

Do đó số cách chọn 6 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất 1 học sinh là $5005 - 1 - 84 - 461 - 209 = 4250$ cách.

Câu 74. Bình A chứa 3 quả cầu xanh, 4 quả cầu đỏ và 5 quả cầu trắng. Bình B chứa 4 quả cầu xanh, 3 quả cầu đỏ và 6 quả cầu trắng. Bình C chứa 5 quả cầu xanh, 5 quả cầu đỏ và 2 quả cầu trắng. Từ mỗi bình lấy ra một quả cầu. Có bao nhiêu cách lấy để cuối cùng được 3 quả có màu giống nhau.

- A.** 180. **B.** 150. **C.** 120. **D.** 60.

Lời giải

Trường hợp 1: Lấy được 3 quả cầu xanh từ 3 bình: Số cách lấy: $C_3^1C_4^1C_5^1 = 60$ (cách)

Trường hợp 2: Lấy được 3 quả cầu đỏ từ 3 bình: Số cách lấy: $C_4^1C_3^1C_5^1 = 60$ (cách)

Trường hợp 3: Lấy được 3 quả cầu trắng từ 3 bình: Số cách lấy: $C_5^1C_6^1C_2^1 = 60$ (cách)

Vậy có $60.3 = 180$ cách lấy được 3 quả cùng màu từ 3 bình.

Câu 75. Tổ 1 lớp 11A có 6 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn ra 4 học sinh của tổ 1 để lao động vệ sinh cùng cả trường. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 4 học sinh trong đó có ít nhất một học sinh nam?

- A. 600. B. 25. C. 325. D. 30.

Lời giải

Trường hợp 1: Chọn 1 nam và 3 nữ.

Trường hợp 2: Chọn 2 nam và 2 nữ.

Trường hợp 3: Chọn 3 nam và 1 nữ.

Trường hợp 4: Chọn 4 nam.

Số cách chọn cần tìm là $C_6^1 C_5^3 + C_6^2 C_5^2 + C_6^3 C_5^1 + C_6^4 = 325$ cách chọn.

Câu 76. Một tổ có 5 bạn học sinh nam và 6 bạn học sinh nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 3 em đi trực nhật. Có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh để có cả nam và nữ?

- A. 325. B. 415. C. 810. D. 135.

Lời giải.

Từ 5 bạn học sinh nam và 6 bạn học sinh nữ chọn ngẫu nhiên 3 em có C_{11}^3 cách chọn.

Trong số C_{11}^3 cách chọn trên xảy ra trường hợp sau:

Chỉ có nam có C_5^3 hoặc chỉ có nữ có C_6^3 hoặc có cả nam và nữ.

Vậy số cách chọn 3 học sinh để có cả nam và nữ là: $C_{11}^3 - C_5^3 - C_6^3 = 135$.

Câu 77. Có hai đường thẳng song song (d) và (d') . Trên (d) lấy 15 điểm phân biệt, trên (d') lấy 9 điểm phân biệt. Hỏi số tam giác có 3 đỉnh là 3 trong 24 điểm trên là bao nhiêu?

- A. 1485. B. 540. C. 1548. D. 950.

Lời giải

Chọn A

Có $C_{15}^1 \cdot C_9^2 = 540$ tam giác có 3 đỉnh được tạo thành từ 1 điểm thuộc (d) và 2 điểm thuộc (d') .

Có $C_{15}^2 \cdot C_9^1 = 945$ tam giác có 3 đỉnh được tạo thành từ 2 điểm thuộc (d) và 1 điểm thuộc (d') .

Vậy có tất cả 1485 tam giác thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 78. Cho đa giác đều 36 đỉnh. Hỏi có bao nhiêu hình chữ nhật có đỉnh là 4 trong 36 đỉnh của đa giác đều?

- A. 306. B. 153. C. 9. D. 58905.

Lời giải

Chọn B

Do đa giác đều 36 đỉnh có 18 đường chéo qua tâm.

Mặt khác cứ 2 đường chéo qua tâm ứng với một hình chữ nhật có 4 đỉnh là đỉnh của đa giác.

Vậy số hình chữ nhật là $C_{18}^2 = 153$.

Bài toán tổng quát:

Do đa giác đều $2n$ ($n \in \mathbb{N}, n \geq 2$) đỉnh có n đường chéo qua tâm.

Mặt khác cứ 2 đường chéo qua tâm ứng với một hình chữ nhật có 4 đỉnh là đỉnh của đa giác.

Vậy số hình chữ nhật là C_n^2 .

Câu 79. Trên đường tròn tâm O cho 12 điểm phân biệt. Từ các điểm đã cho có thể tạo được bao nhiêu tứ giác nội tiếp đường tròn tâm O ?

A. C_{12}^4 .

B. 3.

C. $4!$.

D. A_{12}^4 .

Lời giải

Chọn A

Chọn đỉnh thứ nhất: có 12 cách chọn.

Chọn đỉnh thứ hai: có 11 cách chọn.

Chọn đỉnh thứ ba: có 11 cách chọn.

Chọn đỉnh thứ tư: có 9 cách chọn.

Vì một tứ giác không kể đến thứ tự của các đỉnh nên số tứ giác được tạo nên:

$$\frac{12 \times 11 \times 10 \times 9}{4!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8!}{4!8!} = \frac{12!}{4!(12-4)!} = C_{12}^4$$

Câu 80. Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên d_1 lấy 5 điểm phân biệt, trên d_2 lấy 7 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà các đỉnh của nó được lấy từ các điểm trên hai đường thẳng d_1 và d_2 .

A. 220.

B. 175.

C. 1320.

D. 7350.

Lời giải

TH1: Hai đỉnh thuộc d_1 và một đỉnh thuộc d_2 : Có $C_5^2 C_7^1$ tam giác.

TH2: Hai đỉnh thuộc d_2 và một đỉnh thuộc d_1 : Có $C_7^2 C_5^1$ tam giác.

Vậy số tam giác được tạo thành là $C_5^2 C_7^1 + C_7^2 C_5^1 = 175$.

Câu 81. Cho hình vuông $ABCD$. Trên cạnh AB , BC , CD , DA lần lượt lấy 1, 2, 3 và n điểm phân biệt $n \geq 3$ ($n \in \mathbb{N}$) khác A , B , C , D . Tìm n biết số tam giác lấy từ $n+6$ điểm trên là 439.

A. $n = 20$.

B. $n = 12$.

C. $n = 8$.

D. $n = 10$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Do mỗi tam giác được tạo thành từ 3 điểm không thẳng hàng.

Trên cạnh CD chọn ra được C_3^3 bộ 3 điểm thẳng hàng. Trên cạnh DA chọn ra được C_n^3 bộ 3 điểm thẳng hàng. Do đó số tam giác tạo thành là $C_{n+6}^3 - C_n^3 - C_3^3$.

Theo giả thiết ta có $C_{n+6}^3 - C_n^3 - C_3^3 = 439$. Sử dụng máy tính kiểm tra thấy $n=10$ thỏa mãn điều kiện đề bài.

Cách 2:

Số tam giác tạo thành có đỉnh nằm trên AB và BC là $C_1^1 C_2^2 = 1$.

Số tam giác tạo thành có đỉnh nằm trên AB và CD là $C_1^1 C_3^2 = 3$.

Số tam giác tạo thành có đỉnh nằm trên AB và AD là $C_1^1 C_n^2 = C_n^2$.

Số tam giác tạo thành có đỉnh nằm trên BC và DC là $C_2^1 C_3^2 + C_2^2 C_3^1 = 9$.

Số tam giác tạo thành có đỉnh nằm trên BC và AD là $C_2^1 C_n^2 + C_2^2 C_n^1 = 2C_n^2 + 1C_n^1$.

Số tam giác tạo thành có đỉnh nằm trên BC và AD là $C_3^1 C_n^2 + C_3^2 C_n^1 = 3C_n^2 + 3C_n^1$.

Số tam giác tạo thành có đỉnh nằm trên BC và AD là $C_3^1 C_n^2 + C_3^2 C_n^1 = 3C_n^2 + 3C_n^1$.

Số tam giác tạo thành có 3 đỉnh nằm trên ba cạnh AB , BC và CD là $C_1^1 C_2^1 C_3^1 = 6$.

Số tam giác tạo thành có 3 đỉnh nằm trên ba cạnh AB , BC và DA là $C_1^1 C_2^1 C_n^1 = 2C_n^1$.

Số tam giác tạo thành có 3 đỉnh nằm trên ba cạnh AB , CD và DA là $C_1^1 C_3^1 C_n^1 = 3C_n^1$.

Số tam giác tạo thành có 3 đỉnh nằm trên ba cạnh BC , CD và DA là $C_2^1 C_3^1 C_n^1 = 6C_n^1$.

Vậy số tam giác tạo thành là:

$$1 + 3 + C_n^2 + 9 + 2C_n^2 + C_n^1 + 3C_n^2 + 3C_n^1 + 6 + 2C_n^1 + 3C_n^1 + 6C_n^1 = 19 + 6C_n^2 + 15C_n^1 = 439$$

$$\Leftrightarrow 6 \frac{n(n-1)}{2} + 15n = 420 \Leftrightarrow 3n^2 + 12n - 420 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 10 \\ n = -14(l) \end{cases} \Leftrightarrow n = 10.$$

Câu 82. Cho một đa giác lồi (H) có 10 cạnh. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó là ba đỉnh của (H), nhưng ba cạnh không phải ba cạnh của (H)?

A. 40.

B. 100.

C. 60.

D. 50.

Lời giải

Chọn D

Số tam giác được tạo thành từ 10 đỉnh của đa giác lồi (H) là: C_{10}^3 .

Xét trường hợp số tam giác chỉ chứa hai cạnh của đa giác, là số tam giác có 3 đỉnh liên tiếp của đa giác. Có 10 tam giác như vậy.

Xét trường hợp số tam giác chứa đúng một cạnh của đa giác, là số tam giác có 2 đỉnh là 2 đỉnh liên tiếp của đa giác và đỉnh còn lại không kề với hai đỉnh kia. Khi đó, xét một cạnh bất kỳ ta có C_{10-4}^1 cách chọn đỉnh còn lại của tam giác (trừ hai đỉnh đã chọn và hai đỉnh kề nó). Trường hợp này có $10 \cdot C_6^1$ tam giác.

Vậy số tam giác không chứa cạnh của đa giác (H) là: $C_{10}^3 - 10 - 10 \cdot C_6^1 = 50$ tam giác.

Câu 83. Cho hai đường thẳng song song. Trên đường thẳng thứ nhất ta lấy 20 điểm phân biệt. Trên đường thẳng thứ hai ta lấy 18 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu tam giác được tạo thành từ ba điểm trong các điểm nói trên?

A. $18C_{20}^2 + 20C_{18}^2$.

B. $20C_{18}^3 + 18C_{20}^3$.

C. C_{38}^3 .

D. $C_{20}^3 \cdot C_{18}^3$.

Lời giải

Chọn A

Chọn 2 điểm trên đường thẳng thứ 2 và 1 điểm trên đường thẳng thứ nhất. Số tam giác được tạo thành từ ba điểm trên là: $20C_{18}^2$ (tam giác).

Chọn 2 điểm trên đường thẳng thứ 1 và 1 điểm trên đường thẳng thứ hai. Số tam giác được tạo thành từ ba điểm trên là: $18C_{20}^2$ (tam giác).

Vậy số tam giác được tạo thành theo ycbt là: $20C_{18}^2 + 18C_{20}^2$.

Câu 84. Cho một đa giác đều 40 đỉnh $A_1A_2...A_{40}$ nội tiếp đường tròn (O). Số tam giác có các đỉnh là 3 trong 40 đỉnh trên gấp bao nhiêu lần số hình chữ nhật có các đỉnh là 4 trong 40 đỉnh trên?

A. 20.

B. $\frac{4}{37}$.

C. 52.

D. 40.

Lời giải

Chọn C

Số tam giác có 3 đỉnh là 3 trong 40 đỉnh trên là: C_{40}^3 .

Đa giác đều đã cho có 40 đỉnh nên nó có 20 đường chéo đi qua tâm O. Mỗi hình chữ nhật thỏa đề bài tương ứng với một tổ hợp chập 2 của 20 đường chéo này và ngược lại.

Vậy số hình chữ nhật có 4 đỉnh là 4 trong 40 đỉnh của đa giác là: C_{20}^2 . Suy ra số tam giác gấp số hình chữ nhật là: $C_{40}^3 : C_{20}^2 = 52$.

Câu 85. Có hai đường thẳng song song (d) và (d'). Trên (d) lấy 15 điểm phân biệt, trên (d') lấy 9 điểm phân biệt. Hỏi số tam giác có 3 đỉnh là 3 trong 24 điểm trên là bao nhiêu?

A. 1485.

B. 540.

C. 1548.

D. 950.

Lời giải

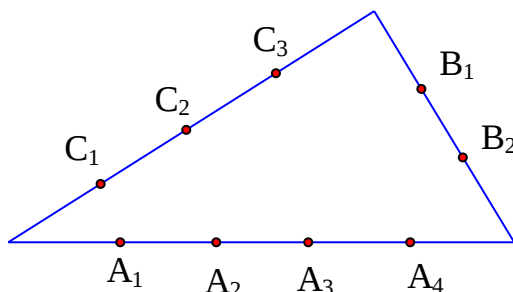
Chọn A

Có $C_{15}^1.C_9^2 = 540$ tam giác có 3 đỉnh được tạo thành từ 1 điểm thuộc (d) và 2 điểm thuộc (d') .

Có $C_{15}^2.C_9^1 = 945$ tam giác có 3 đỉnh được tạo thành từ 2 điểm thuộc (d) và 1 điểm thuộc (d') .

Vậy có tất cả 1485 tam giác thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 86. Cho một tam giác, trên ba cạnh của nó lấy 9 điểm như hình vẽ. Có tất cả bao nhiêu tam giác có ba đỉnh thuộc 9 điểm đã cho?



A. 79.

B. 48.

C. 55.

D. 24.

Lời giải

Bộ 3 điểm bất kỳ được chọn từ 9 điểm đã cho có C_9^3 bộ.

Bộ 3 điểm không tạo thành tam giác có $C_3^3 + C_4^3$ bộ.

Vậy số tam giác tạo thành từ 9 điểm đã cho có: $C_9^3 - (C_3^3 + C_4^3) = 79$.

Câu 87. Cho một đa giác đều n đỉnh $(n \geq 2, n \in \mathbb{N})$. Tìm n biết số hình chữ nhật được tạo ra từ bốn đỉnh trong số $2n$ đỉnh của đa giác đó là 45.

A. $n=12$.

B. $n=10$.

C. $n=9$.

D. $n=45$.

Lời giải

Do đa giác đều nên đa giác đó nội tiếp trong một đường tròn và có n đường chéo đi qua tâm O của đường tròn. Chọn 2 đường chéo khác nhau đi qua tâm thì 4 đỉnh của đường chéo cho ta một hình chữ nhật. Vậy có C_n^2 hình chữ nhật.

Theo đề bài ta có: $C_n^2 = 45 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 45 \Leftrightarrow n = 10$.

Câu 88. Cho đa giác đều $A_1A_2A_3 \dots A_{30}$ nội tiếp trong đường tròn (O) . Tính số hình chữ nhật có các đỉnh là 4 trong 30 đỉnh của đa giác đó.

A. 105.

B. 27405.

C. 27406.

D. 106.

Lời giải

Trong đa giác đều $A_1A_2A_3 \dots A_{30}$ nội tiếp trong đường tròn (O) cứ mỗi điểm A_i có một điểm A_j đối xứng với A_i qua O ($A_i \neq A_j$) ta được một đường kính, tương tự với $A_2, A_3, \dots, A_{30}$. Có tất cả 15 đường kính mà các điểm là đỉnh của đa giác đều $A_1A_2A_3 \dots A_{30}$. Cứ hai đường kính đó ta được một hình chữ nhật mà bốn điểm là các đỉnh của đa giác đều: có $C_{15}^2 = 105$ hình chữ nhật tất cả.

Câu 89. Cho đa giác đều 100 nội tiếp một đường tròn. Số tam giác tù được tạo thành từ 3 trong 100 đỉnh của đa giác là:

A. 44100.

B. 78400.

C. 117600.

D. 58800.

Lời giải

Xét đường kính A_1A_{51} của đường tròn ngoại tiếp đa giác. Với điểm A_1 có $2.C_{49}^2$ cách chọn hai đỉnh thuộc cùng nửa đường tròn đường kính A_1A_{51} để tạo thành tam giác tù có góc A_1 . Như vậy có $100.2.C_{49}^2$ tam giác, trong đó mỗi tam giác bị đếm hai lần.

Vậy số tam giác tù là $100.C_{49}^2 = 117600$.

Câu 90. Một đa giác lồi có 10 cạnh, xét các tam giác mà 3 đỉnh là đỉnh của đa giác. Hỏi trong số các tam giác này có bao nhiêu tam giác mà cả 3 cạnh đều không phải là cạnh của đa giác?

- A. 60. B. 70. C. 120. D. 50.

Lời giải

* Số tam giác tạo thành từ 3 đỉnh của đa giác là C_{10}^3 .

* Số tam giác tạo thành từ 3 đỉnh của đa giác có 1 cạnh là cạnh của đa giác:

Chọn 2 đỉnh kề nhau: có 10 cách chọn.

Chọn đỉnh còn lại không kề với 1 trong 2 đỉnh đã chọn: có 6 cách.

Vậy có $10.6 = 60$ tam giác.

* Số tam giác tạo thành từ 3 đỉnh của đa giác có 2 cạnh là cạnh của đa giác

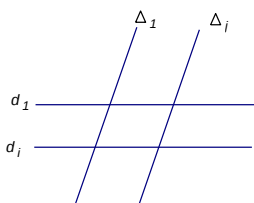
Chọn 2 cạnh kề nhau: có 10 cách.

Vậy số tam giác cần tìm là $C_{10}^3 - 60 - 10 = 50$ tam giác.

Câu 91. Trên mặt phẳng có 2017 đường thẳng song song với nhau và 2018 đường thẳng song song khác cùng cắt nhóm 2017 đường thẳng đó. Đếm số hình bình hành nhiều nhất được tạo thành có đỉnh là các giao điểm nói trên.

- A. 2017.2018 . B. $C_{2017}^4 + C_{2018}^4$. C. $C_{2017}^2.C_{2018}^2$. D. $2017 + 2018$.

Lời giải



Với hai đường thẳng bất kì từ 2017 đường thẳng d_i song song đã cho và với hai đường thẳng bất kì từ 2018 đường thẳng Δ_j song song đã cho, xác định cho ta một hình bình hành.

Vậy số hình bình hành nhiều nhất thỏa đề bài là $C_{2017}^2.C_{2018}^2$.

Câu 92. Cho đa giác lồi có 40 cạnh. Mỗi đoạn thẳng đi qua hai đỉnh bất kì của nó mà không phải là cạnh được gọi là một đường chéo của nó. Số giao điểm nằm bên trong đa giác (không trùng với đỉnh) được tạo ra do các đường chéo của nó cắt nhau nhiều nhất là bao nhiêu?

- A. 91390. B. 273430. C. 740. D. 1520.

Lời giải

Đa giác lồi có 40 cạnh sẽ có 40 đỉnh.

Số đường chéo của đa giác là: $C_{40}^2 - 40 = 740$ đường chéo.

Số giao điểm nằm bên trong đa giác (không trùng với đỉnh) được tạo ra do các đường chéo của nó cắt nhau nhiều nhất là $C_{740}^2 = 273430$.

Câu 93. Từ các số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt trong đó có 2 chữ số lẻ và 2 chữ số chẵn?

- A. 144. B. 432. C. 696. D. 840.

Lời giải

Chọn B

- + Chọn 2 chữ số lẻ từ 7 chữ số đã cho có C_4^2 cách.
 - + Chọn 2 chữ số chẵn từ 7 chữ số đã cho có C_3^2 cách.
 - + Với 4 chữ số đã chọn ta xếp vào 4 vị trí có $4!$ cách.
- Do đó có $C_4^2.C_3^2.4! = 432$ số.

Câu 94. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau trong đó luôn có mặt hai chữ số 1 và 6.

- A. 408. B. 720. C. 480. D. 120.

Lời giải

Chọn C

Chọn 3 chữ số khác nhau từ các số trong tập hợp $\{2; 3; 4; 5\}$: có C_4^3 cách;

Sau đó, sắp xếp 5 chữ số đã chọn: có $5!$ cách;

Vậy có $C_4^3.5! = 480$ số có 5 chữ số khác nhau và luôn có mặt số 1 và số 6.

Câu 95. Từ các chữ số của tập hợp $\{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$, có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau mà trong đó nhất thiết phải có mặt chữ số 0?

- A. 120. B. 504. C. 720. D. 480.

Lời giải

Chọn D

Giả sử số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau có dạng: $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$.

Chọn một số cho a_1 ta có 5 cách chọn.

Tiếp theo ta bỏ số a_1 và số 0 thì từ tập hợp đã cho chúng ta còn lại 4 số. Ta chọn 3 số từ 4 số đó ta có C_4^3 cách chọn.

Chúng ta xếp số 0 và 3 số vừa mới chọn vào 4 vị trí a_2, a_3, a_4, a_5 ta được $4!$ cách xếp.

Chọn cho các số cho a_2, a_3, a_4, a_5 có mặt chữ số 0 ta có $C_5^3.4!$ cách chọn.

Số số tự nhiên thỏa yêu cầu đề bài có thể lập được là: $5.4!.C_4^3 = 480$.

DẠNG 2. KẾT HỢP HOÁN VỊ, CHỈNH HỢP, TỔ HỢP

Câu 96. Có bao nhiêu số tự nhiên có 2018 chữ số sao cho trong mỗi số tổng các chữ số bằng 5?

- A. $1 + 4C_{2017}^1 + 2017C_{2017}^2 + 2A_{2017}^2 + C_{2017}^3 + C_{2017}^4$.
- B. $1 + 2C_{2018}^2 + 2C_{2018}^3 + C_{2018}^4 + C_{2018}^5$.
- C. $1 + 2A_{2018}^2 + 2A_{2018}^3 + A_{2018}^4 + C_{2017}^5$.
- D. $1 + 2A_{2018}^2 + 2(C_{2017}^2 + A_{2017}^2) + (C_{2017}^3 + A_{2017}^3) + C_{2017}^4$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi a là số thỏa mãn yêu cầu của bài toán. Như vậy các chữ số của a thỏa mãn các trường hợp sau:

a chứa năm chữ số 1 và 2013 chữ số 0: C_{2017}^4

a chứa ba chữ số 1, một chữ số 2 và 2014 chữ số 0: $C_{2017}^3 + 2015C_{2017}^2$

a chứa hai chữ số 1, một chữ số 3 và 2015 chữ số 0: $C_{2017}^2 + A_{2017}^2$

a chứa một chữ số 1, một chữ số 4 và 2016 chữ số 0: $2C_{2017}^1$

a chứa một chữ số 5 và 2017 chữ số 0: 1

a chứa một chữ số 1, hai chữ số 2 và 2015 chữ số 0: $C_{2017}^2 + A_{2017}^2$

a chứa một chữ số 2, một chữ số 3 và 2016 chữ số 0: $2C_{2017}^1$

Vậy có $1 + 4C_{2017}^1 + 2017C_{2017}^2 + C_{2017}^3 + C_{2017}^4 + 2A_{2017}^2$

Câu 97. Có bao nhiêu số tự nhiên có tám chữ số trong đó có ba chữ số 0, không có hai chữ số 0 nào đứng cạnh nhau và các chữ số khác chỉ xuất hiện nhiều nhất một lần.

A. 786240.

B. 846000.

C. 907200.

D. 151200.

Lời giải

Chọn ra 5 chữ số khác 0 trong 9 chữ số (từ 1 đến 9) và sắp xếp chúng theo thứ tự có A_9^5 cách.

Để hai chữ số 0 không đứng cạnh nhau ta có 6 vị trí để xếp (do 5 chữ số vừa chọn tạo ra 6 vị trí).

Do chữ số 0 không thể xếp ở đầu nên còn 5 vị trí để xếp số 0.

Khi đó xếp 3 số 0 vào 5 vị trí nên có C_5^3 cách.

Vậy có $A_5^5 C_5^3 = 151200$ số cần tìm.

Câu 98. Từ các chữ số của tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$ lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 7 chữ số trong đó chữ số 2 xuất hiện đúng ba lần, các chữ số còn lại đôi một khác nhau?

A. 31203.

B. 12600.

C. 181440.

D. 27000

Lời giải

Chọn D

***Ý tưởng:** Đầu tiên, ta chọn 7 chữ số gồm 3 chữ số 2 và 4 chữ số bất kì từ tập $\{0; 1; 3; 4; 5; 6; 7\}$ rồi xếp vào 7 vị trí. Sau đó, ta trừ đi những trường hợp mà chữ số 0 đứng đầu.

Bước 1: Ta xếp 3 chữ số 2 vào 3 trong 7 vị trí $\Rightarrow$ Có C_7^3 cách.

Chọn 4 chữ số còn lại từ tập $\{0; 1; 3; 4; 5; 6; 7\}$ và xếp vào 4 vị trí còn lại $\Rightarrow$ Có A_7^4 cách.

Bước 2: Chọn chữ số đầu tiên bên trái là 0.

Ta xếp 3 chữ số 2 vào 3 trong 6 vị trí còn lại $\Rightarrow$ Có C_6^3 cách 3 chữ số còn lại có A_6^3 cách chọn.

Kết luận: tổng cộng có $C_7^3 \times A_7^4 - C_6^3 \times A_6^3 = 27000$ số tự nhiên thỏa mãn đề bài.

Câu 99. Một nhóm 6 bạn học sinh mua vé vào rạp chiếu phim. Các bạn mua 6 vé gồm 3 vé mang số ghế chẵn, 3 vé mang số ghế lẻ và không có hai vé nào cùng số. Trong sáu bạn thì hai bạn muốn ngồi bên ghế chẵn, hai bạn muốn ngồi bên ghế lẻ, hai bạn còn lại không có yêu cầu gì. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ để thỏa mãn các yêu cầu của tất cả các bạn đó?

A. 36.

B. 180.

C. 72.

D. 18.

Lời giải

Xếp hai bạn vào ghế mang số chẵn có A_3^2 cách.

Xếp hai bạn vào ghế mang số lẻ có A_3^2 cách.

Số cách xếp hai bạn còn lại vào hai vị trí còn lại là $2!$ cách.

Vậy số cách xếp chỗ để thỏa mãn các yêu cầu của tất cả các bạn đó là $A_3^2 \cdot A_3^2 \cdot 2! = 72$ (cách).

Câu 100. Có bao nhiêu số tự nhiên có tám chữ số trong đó có ba chữ số 0, không có hai chữ số 0 nào đứng cạnh nhau và các chữ số khác chỉ xuất hiện nhiều nhất một lần.

A. 786240.

B. 846000.

C. 907200.

D. 151200.

Lời giải

Chọn ra 5 chữ số khác 0 trong 9 chữ số (từ 1 đến 9) và sắp xếp chúng theo thứ tự có A_9^5 cách.
 Để hai chữ số 0 không đứng cạnh nhau ta có 6 vị trí để xếp (do 5 chữ số vừa chọn tạo ra 6 vị trí).
 Do chữ số 0 không thể xếp ở đầu nên còn 5 vị trí để xếp số 0.
 Khi đó xếp 3 số 0 vào 5 vị trí nên có C_5^3 cách.
 Vậy có $A_9^5 C_5^3 = 151200$ số cần tìm.

Câu 101. Từ tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ có thể lập được bao nhiêu số có 8 chữ số sao cho chữ số 2 xuất hiện 4 lần, còn các chữ số khác xuất hiện một lần.

- A. 120. B. 840. C. 576. D. 1680.

Lời giải

Chọn 4 trong 8 vị trí để xếp số 2: có C_8^4 cách chọn.
 Xếp các chữ số 1; 3; 4; 5 vào 4 vị trí còn lại: có $4!$ cách chọn.
 Vậy có $C_8^4 \cdot 4! = 1680$ (số).

Câu 102. Có 5 tem thư khác nhau và 6 bì thư cũng khác nhau. Người ta muốn chọn từ đó 3 tem thư, 3 bì thư và dán 3 tem thư đó ấy lên 3 bì thư đã chọn, mỗi bì thư chỉ dán một tem thư. Hỏi có bao nhiêu cách làm như vậy?

- A. 1200. B. 1800. C. 1000. D. 200.

Lời giải

Chọn A

Chọn 3 bì thư có C_6^3 .
 Chọn 3 tem thư và dán nó vào 3 bì thư có A_5^3 .
 Số cách chọn cần tìm là $C_6^3 \cdot A_5^3 = 1200$.

Câu 103. Có bao nhiêu cách cắm 3 bông hoa có khác nhau vào 5 lọ khác nhau sao cho mỗi lọ cắm không quá một bông?

- A. A_5^3 . B. $3!$. C. C_5^3 . D. A_5^2 .

Lời giải

Chọn ra 3 lọ trong 5 lọ để cắm hoa. Số cách chọn lọ là: C_5^3
 Số cách cắm 3 bông hoa vào 3 lọ được chọn là: $3!$
 Số cách cắm 3 bông hoa vào 5 lọ là: $C_5^3 \cdot 3! = A_5^3$.

Câu 104. Có 6 học sinh và 3 thầy giáo A, B, C. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ 9 người đó ngồi trên một hàng ngang có 9 chỗ sao cho mỗi thầy giáo ngồi giữa hai học sinh.

- A. 4320. B. 90. C. 43200. D. 720.

Lời giải

Sắp 6 học sinh thành một hàng ngang, giữa 6 học sinh có 5 khoảng trống, ta chọn 3 khoảng trống và đưa 3 giáo viên vào được cách sắp thỏa yêu cầu bài toán.
 Vậy tất cả có: $6! \cdot A_5^3 = 43200$ cách.

Câu 105. Một nhóm 6 bạn học sinh mua vé vào rạp chiếu phim. Các bạn mua 6 vé gồm 3 vé mang số ghế chẵn, 3 vé mang số ghế lẻ và không có hai vé nào cùng số. Trong 6 bạn thì hai bạn muốn ngồi bên ghế chẵn, hai bạn muốn ngồi bên ghế lẻ, hai bạn còn lại không có yêu cầu gì. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ để thỏa mãn các yêu cầu của tất cả các bạn đó?

- A. 72. B. 36. C. 18. D. 180.

Lời giải

Chọn A

Số cách chọn 2 vé cho hai bạn muốn ngồi ghế bên chẵn là A_3^2 .

Số cách chọn 2 vé cho hai bạn muốn ngồi ghế bên lẻ là A_3^2 .

Còn lại 2 vé cho hai bạn còn lại có $2!$ cách.

Vậy số cách chọn là: $A_3^2 \cdot A_3^2 \cdot 2! = 72$ cách.

Câu 106. Có bao nhiêu cách chia hết 4 đồ vật khác nhau cho 3 người, biết rằng mỗi người nhận được ít nhất 1 đồ vật.

A. 36

B. 18

C. 12

D. 72

Lời giải

Chọn A

Có hai người mà mỗi người nhận một đồ vật và một người nhận hai đồ vật.

Chọn hai người để mỗi người nhận một đồ vật: có C_3^2 cách chọn.

Chọn hai đồ vật trao cho hai người: có A_4^2 cách chọn.

Hai đồ vật còn lại trao cho người cuối cùng.

Vậy số cách chia là: $C_3^2 \cdot A_4^2 = 36$ cách.

Câu 107. Một Thầy giáo có 10 cuốn sách Toán đôi một khác nhau, trong đó có 3 cuốn Đại số, 4 cuốn Giải tích và 3 cuốn Hình học. Ông muốn lấy ra 5 cuốn và tặng cho 5 học sinh sao cho sau khi tặng mỗi loại sách còn lại ít nhất một cuốn. Hỏi có bao nhiêu cách tặng.

A. 24412

B. 23314.

C. 32512.

D. 24480.

Lời giải

Chọn D

Số cách lấy 5 cuốn sách và đem tặng cho 5 học sinh: $S = A_{10}^5 = 30240$ cách.

Số cách chọn sao cho không còn sách Đại số: $S_1 = C_7^2 \cdot 5! = 2520$ cách

Số cách chọn sao cho không còn sách Giải tích: $S_2 = C_6^1 \cdot 5! = 720$ cách

Số cách chọn sao cho không còn sách Hình học: $S_3 = C_7^2 \cdot 5! = 2520$ cách.

Vậy số cách tặng thỏa yêu cầu bài toán: $S - S_1 - S_2 - S_3 = 24480$ cách tặng.

Câu 108. Có bao nhiêu số tự nhiên có tám chữ số trong đó có ba chữ số 0, không có hai chữ số 0 nào đứng cạnh nhau và các chữ số khác chỉ xuất hiện nhiều nhất một lần.

A. 786240.

B. 846000.

C. 907200.

D. 151200.

Lời giải

Chọn D

Chọn ra 5 chữ số khác 0 trong 9 chữ số (từ 1 đến 9) và sắp xếp chúng theo thứ tự có A_9^5 cách.

Để hai chữ số 0 không đứng cạnh nhau ta có 6 vị trí để xếp (do 5 chữ số vừa chọn tạo ra 6 vị trí).

Do chữ số 0 không thể xếp ở đầu nên còn 5 vị trí để xếp số 0.

Khi đó xếp 3 số 0 vào 5 vị trí nên có C_5^3 cách.

Vậy có $A_9^5 C_5^3 = 151200$ số cần tìm.

Câu 109. Một đội thanh niên tình nguyện có 15 người, gồm 12 nam và 3 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách phân công đội thanh niên tình nguyện đó về giúp đỡ 3 tỉnh miền núi, sao cho mỗi tỉnh có 4 nam và một nữ?

A. 12141421.

B. 5234234.

C. 4989600.

D. 4144880

Lời giải

Chọn C

Có C_{12}^4 cách phân công 4 nam về tỉnh thứ nhất

Với mỗi cách phân công trên thì có C_8^4 cách phân công 4 nam về tỉnh thứ hai và có C_4^4 cách phân công 4 nam còn lại về tỉnh thứ ba.

Khi phân công nam xong thì có $3!$ cách phân công ba nữ về ba tỉnh đó.

Vậy có tất cả $C_{12}^4 \cdot C_8^4 \cdot C_4^4 \cdot 3! = 4989600$ cách phân công.

Câu 110. Có hai học sinh lớp A, ba học sinh lớp B và bốn học sinh lớp C xếp thành một hàng ngang sao cho giữa hai học sinh lớp A không có học sinh nào lớp B. Hỏi có bao nhiêu cách xếp hàng như vậy ?

A. 80640.

B. 108864.

C. 145152.

D. 217728.

Lời giải

Xét các trường hợp sau :

TH1: Hai học sinh lớp A đứng cạnh nhau có $2! \cdot 8!$ cách.

TH2: Giữa hai học sinh lớp A có một học sinh lớp C có $2! \cdot A_4^1 \cdot 7!$ cách.

TH3: Giữa hai học sinh lớp A có hai học sinh lớp C có $2! \cdot A_4^2 \cdot 6!$ cách.

TH4: Giữa hai học sinh lớp A có ba học sinh lớp C có $2! \cdot A_4^3 \cdot 5!$ cách.

TH5: Giữa hai học sinh lớp A có bốn học sinh lớp C có $2! \cdot A_4^4 \cdot 4!$ cách.

Vậy theo quy tắc cộng có $2!(8! + A_4^1 7! + A_4^2 6! + A_4^3 5! + A_4^4 4!) = 145152$ cách.

Câu 111. Một nhóm học sinh gồm 15 nam và 5 nữ. Người ta muốn chọn từ nhóm ra 5 người để lập thành một đội cờ đỏ sao cho phải có 1 đội trưởng nam, 1 đội phó nam và có ít nhất 1 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập đội cờ đỏ.

A. 141666.

B. 241561.

C. 111300.

D. 131444.

Lời giải

Chọn C

Vì trong 5 người được chọn phải có ít nhất 1 nữ và ít nhất phải có 2 nam nên số học sinh nữ gồm 1 hoặc 2 hoặc 3 nên ta có các trường hợp sau:

• chọn 1 nữ và 4 nam.

+) Số cách chọn 1 nữ: 5 cách

+) Số cách chọn 2 nam làm đội trưởng và đội phó: A_{15}^2

+) Số cách chọn 2 nam còn lại: C_{13}^2

Suy ra có $5A_{15}^2 \cdot C_{13}^2$ cách chọn cho trường hợp này.

• chọn 2 nữ và 3 nam.

+) Số cách chọn 2 nữ: C_5^2 cách.

+) Số cách chọn 2 nam làm đội trưởng và đội phó: A_{15}^2 cách.

+) Số cách chọn 1 còn lại: 13 cách.

Suy ra có $13A_{15}^2 \cdot C_5^2$ cách chọn cho trường hợp này.

• Chọn 3 nữ và 2 nam.

+) Số cách chọn 3 nữ: C_5^3 cách.

+) Số cách chọn 2 làm đội trưởng và đội phó: A_{15}^2 cách.

Suy ra có $A_{15}^2 \cdot C_5^3$ cách chọn cho trường hợp 3.

Vậy có $5A_{15}^2 \cdot C_{13}^2 + 13A_{15}^2 \cdot C_5^2 + A_{15}^2 \cdot C_5^3 = 111300$ cách.

Câu 112. Ông và bà An cùng có 6 đứa con đang lên máy bay theo một hàng dọc. Có bao nhiêu cách xếp hàng khác nhau nếu ông An hay bà An đứng ở đầu hoặc cuối hàng:

- A. 720. B. 1440. C. 18720. D. 40320.

Lời giải

Chọn C

Ta dùng phân bù.

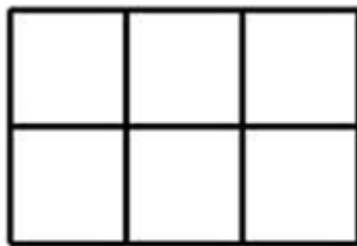
Sắp 8 người vào 8 vị trí theo hàng dọc có $8!$ cách sắp xếp.

Sắp ông và bà An vào 2 trong 6 vị trí (trừ vị trí đầu và cuối hàng) có A_6^2 cách.

Sắp 6 người con vào 6 vị trí còn lại có $6!$ cách.

Vậy có $8! - A_6^2 \cdot 6! = 18720$ cách sắp xếp.

Câu 113. Bé Minh có một bảng hình chữ nhật gồm 6 hình vuông đơn vị, cố định không xoay như hình vẽ. Bé muốn dùng 3 màu để tô tất cả các cạnh của các hình vuông đơn vị, mỗi cạnh tô một lần sao cho mỗi hình vuông đơn vị được tô bởi đúng 2 màu, trong đó mỗi màu tô đúng 2 cạnh. Hỏi bé Minh có tất cả bao nhiêu cách tô màu bảng?



- A. 4374. B. 139968. C. 576. D. 15552.

Lời giải

Tô màu theo nguyên tắc:

Tô 1 ô vuông 4 cạnh: chọn 2 trong 3 màu, ứng với 2 màu được chọn có 6 cách tô. Do đó, có $6 \cdot C_3^2$ cách tô.

Tô 3 ô vuông 3 cạnh (có một cạnh đã được tô trước đó): ứng với 1 ô vuông có 3 cách tô màu 1 trong 3 cạnh theo màu của cạnh đã tô trước đó, chọn 1 trong 2 màu còn lại tô 2 cạnh còn lại, có $3 \cdot C_2^1 = 6$ cách tô. Do đó có 6^3 cách tô.

Tô 2 ô vuông 2 cạnh (có 2 cạnh đã được tô trước đó): ứng với 1 ô vuông có 2 cách tô màu 2 cạnh (2 cạnh tô trước cùng màu hay khác nhau không ảnh hưởng số cách tô). Do đó có 2^2 cách tô.

Vậy có: $6 \cdot C_3^2 \cdot 6^3 \cdot 4 = 15552$ cách tô.

Câu 114. Cho đa giác đều 2018 đỉnh. Hỏi có bao nhiêu tam giác có đỉnh là đỉnh của đa giác và có một góc lớn hơn 100° ?

- A. $2018 \cdot C_{897}^3$. B. C_{1009}^3 . C. $2018 \cdot C_{895}^3$. D. $2018 \cdot C_{896}^3$.

Lời giải

Gọi $A_1, A_2, \dots, A_{2018}$ là các đỉnh của đa giác đều 2018 đỉnh.

Gọi (O) là đường tròn ngoại tiếp đa giác đều $A_1 A_2 \dots A_{2018}$.

Các đỉnh của đa giác đều chia (O) thành 2018 cung tròn bằng nhau, mỗi cung tròn có số đo bằng $\frac{360^\circ}{2018}$.

Vì tam giác cần đếm có đỉnh là đỉnh của đa giác nên các góc của tam giác là các góc nội tiếp của (O) .

Suy ra góc lớn hơn 100° sẽ chắn cung có số đo lớn hơn 200° .

Cố định một đỉnh A_i . Có 2018 cách chọn A_j .

Gọi A_i, A_j, A_k là các đỉnh sắp thứ tự theo chiều kim đồng hồ sao cho $A_i A_k < 160^\circ$ thì $A_i A_j A_k > 100^\circ$ và tam giác $A_i A_j A_k$ là tam giác cân đếm.

Khi đó $A_i A_k$ là hợp liên tiếp của nhiều nhất $\left\lfloor \frac{\frac{160}{360}}{2018} \right\rfloor = 896$ cung tròn nói trên.

896 cung tròn này có 897 đỉnh. Trừ đi đỉnh A_i thì còn 896 đỉnh. Do đó có C_{896}^2 cách chọn hai đỉnh A_j, A_k .

Vậy có tất cả $2018.C_{896}^2$ tam giác thỏa mãn yêu cầu bài toán.